



Iluminación de Poliedros Ortogonales con Aristas Guardias



I. Aldana-Galván ° J.L. Álvarez-Rebollar ° J.C. Catana-Salazar
M. Jiménez-Salinas ° E. Solís-Villarreal ° J. Urrutia

*XXXII Coloquio Víctor Neumann-Lara de Teoría de las Gráficas, Combinatoria y sus
Aplicaciones.*

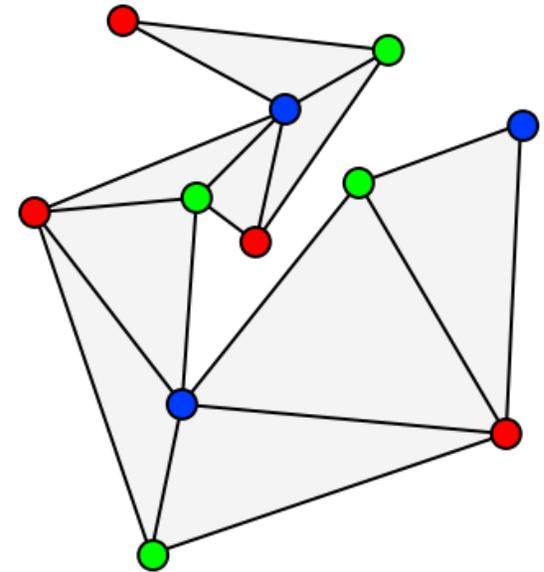
El problema de la Galería de Arte

- Había una vez, allá por el año 73, un señor de nombre *Victor Klee*...



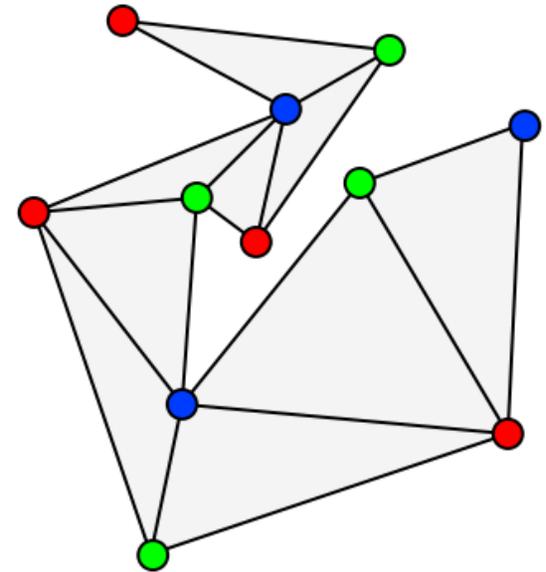
¿Qué se sabe?

- El teorema de la Galería de Arte de *Chvátal*.
- La prueba corta de *Fisk*.
- El teorema de la Galería de Arte para polígonos ortogonales. [*Kahn, Klawe*], [*Kleitman*], [*Lubiw*] y [*Sack and Toussaint*].
- Vigilancia del exterior.



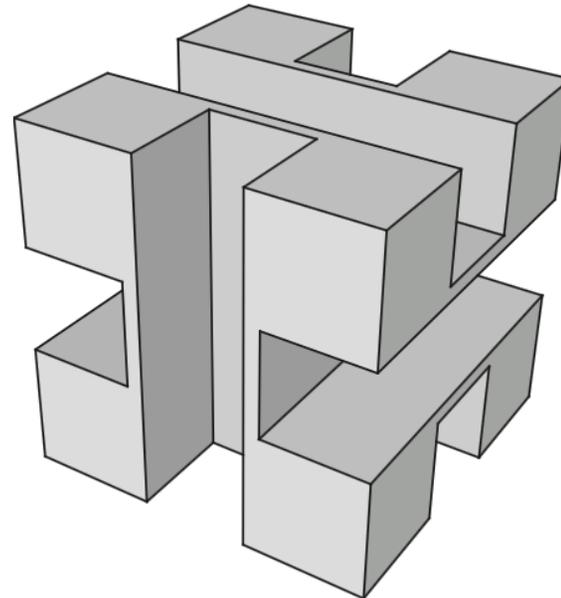
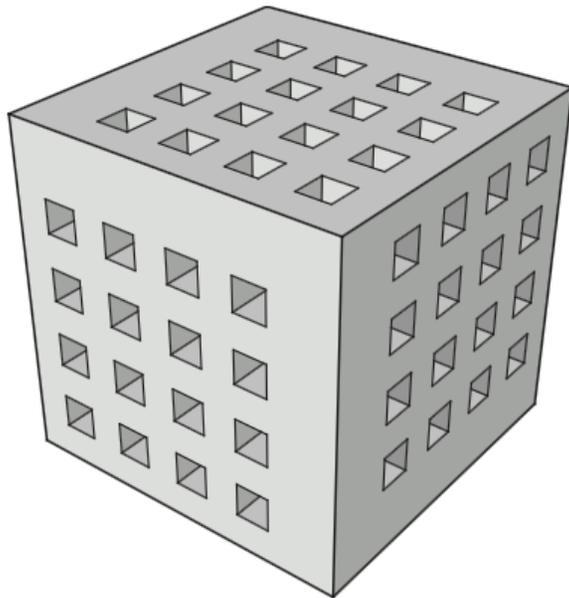
¿Qué se sabe?

- (Casi) Todas las variantes en 2D son NP-Hard.
- La aproximabilidad de dichas variantes es APX-Hard.
- Seguramente las variantes en 3D son igual o peores en complejidad.
- Se ha mostrado que la mejor solución para polígonos con hoyos es tan buena como la mejor solución para SET COVER.



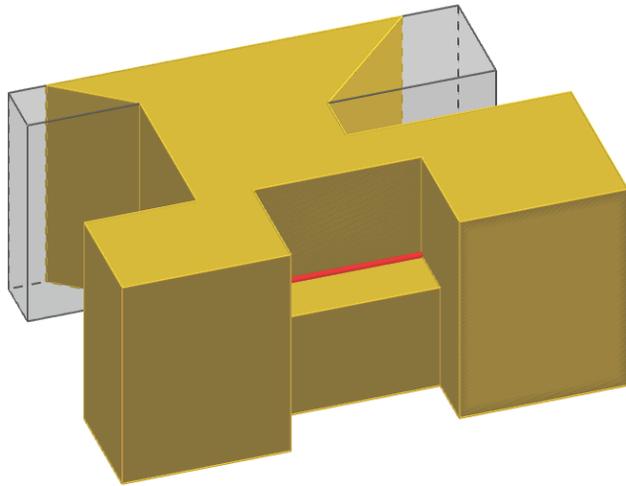
¿Qué se sabe en R^3 ?

- Existen poliedros que no pueden ser cubiertos con guardias vértices.

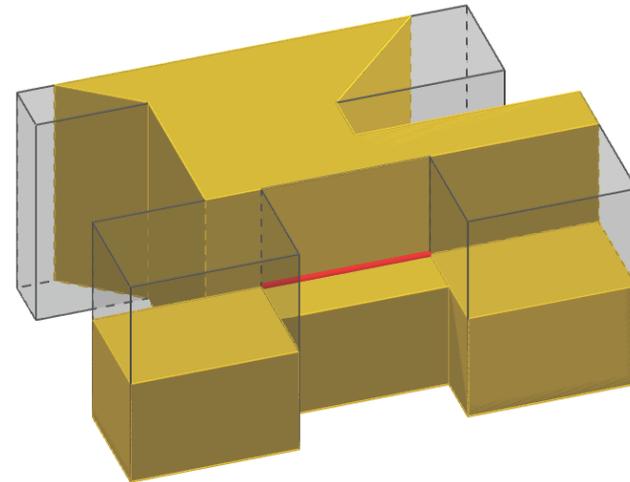


¿Qué se sabe en R3?

- Guardias en las aristas



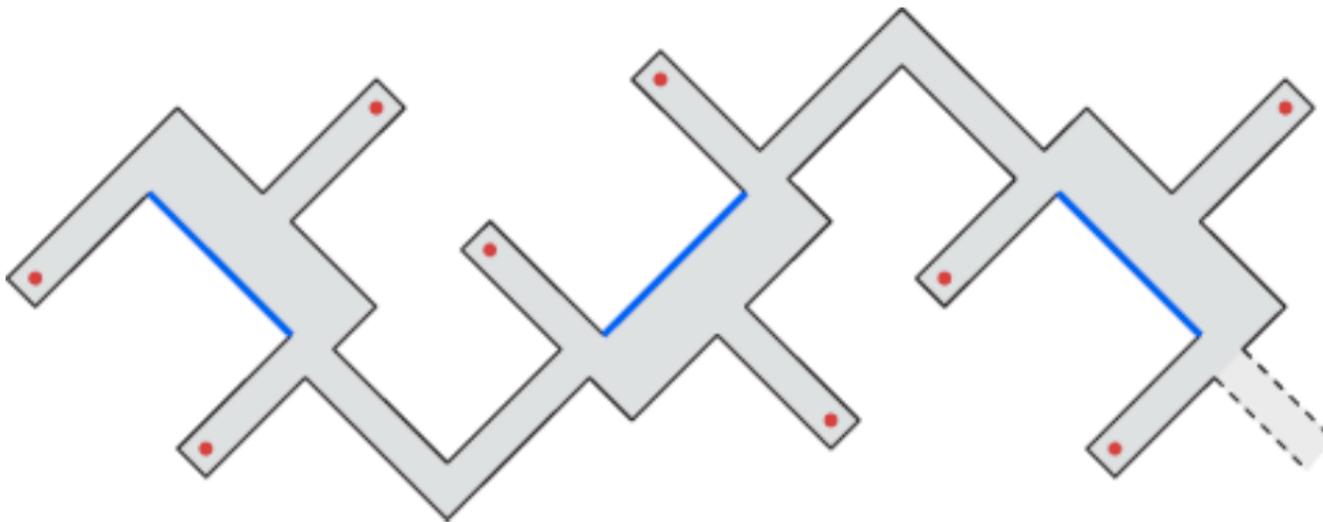
Guardia de arista-cerrada



Guardia de arista-abierta

¿Qué se sabe en R3?

- Guardias de arista-cerrada vs guardias de arista-abierta.

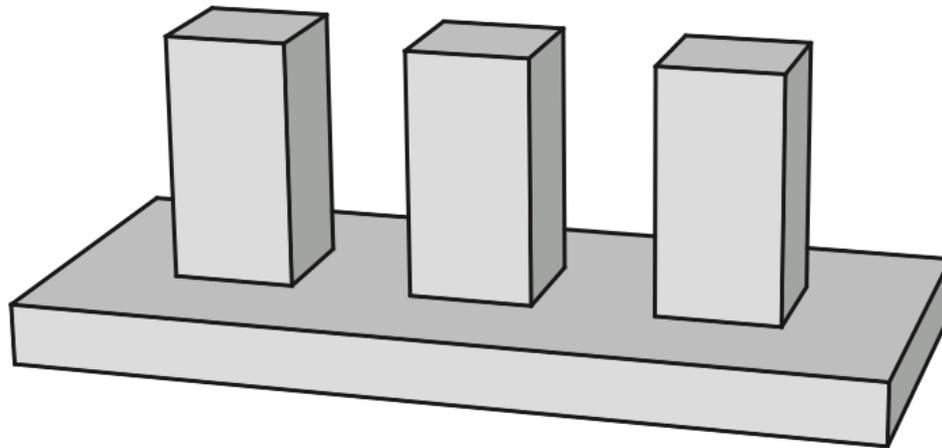


¿Qué se sabe en R^3 ?

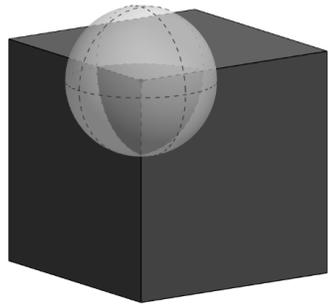
- Existen poliedros cuyo interior no puede ser cubierto con vértices guardias.
- Cualquier poliedro general puede cubrirse con $27e/32$ guardias de arista-abierta.
- Cualquier poliedro ortogonal puede cubrirse con $11e/72$ guardias de arista-abierta.
- Existe una familia de poliedros ortogonales tal que son necesarios $e/12$ guardias de arista-abierta.

¿Qué se sabe en \mathbb{R}^3 ?

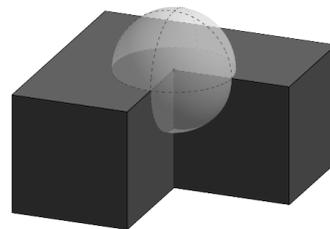
- Existe una familia de poliedros ortogonales tal que son necesarias $e/12$ guardias de arista-cerrada (arista-abierta) para cubrir su interior.



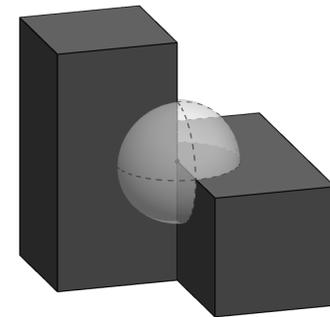
Tipos de vértice



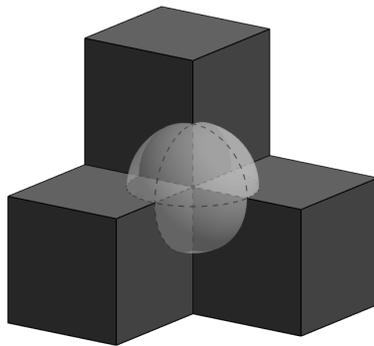
Vértice de 1-octante



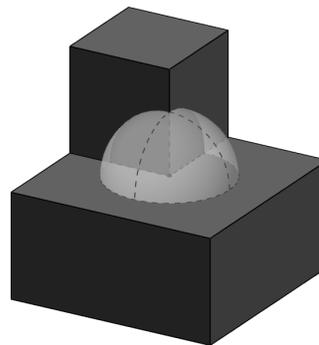
Vértice de 3-octantes



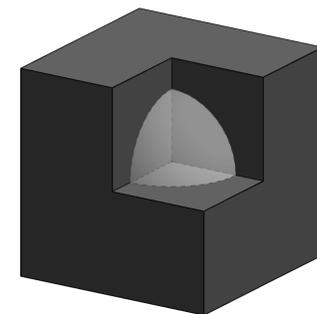
Vértice de 4-octantes (grado 4)



Vértice de 4-octantes (grado 6)



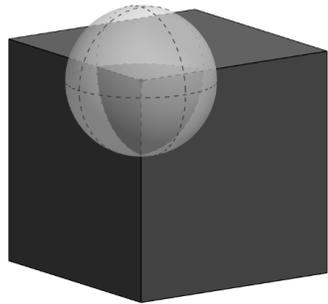
Vértice de 5-octantes



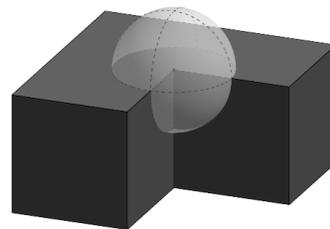
Vértice de 7-octantes

Tipos de vértice

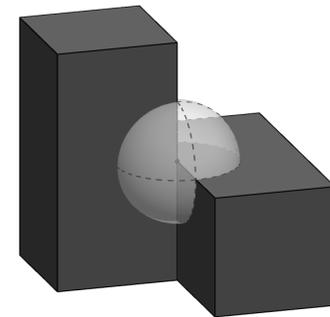
Derecho



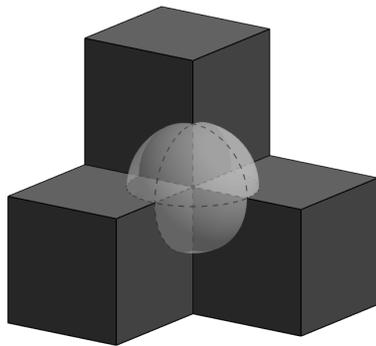
Vértice de 1-octante



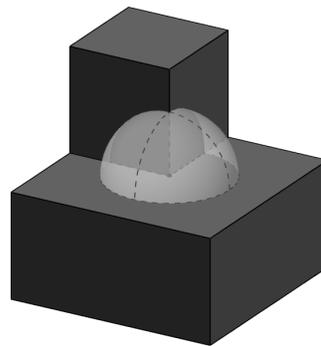
Vértice de 3-octantes



Vértice de 4-octantes (grado 4)

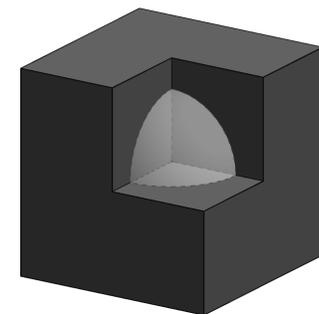


Vértice de 4-octantes (grado 6)



Vértice de 5-octantes

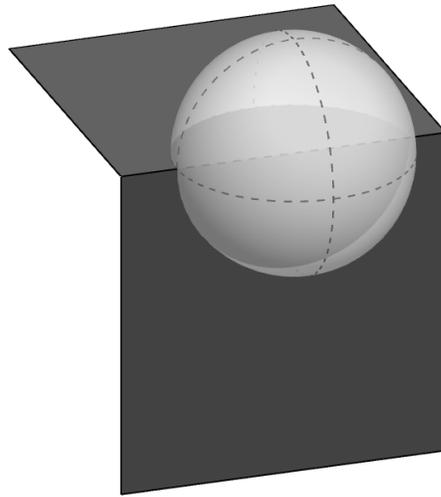
Convexos



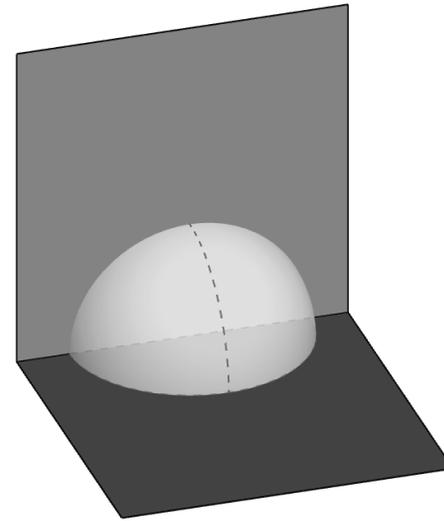
Vértice de 7-octantes

Cóncavos

Tipos de aristas

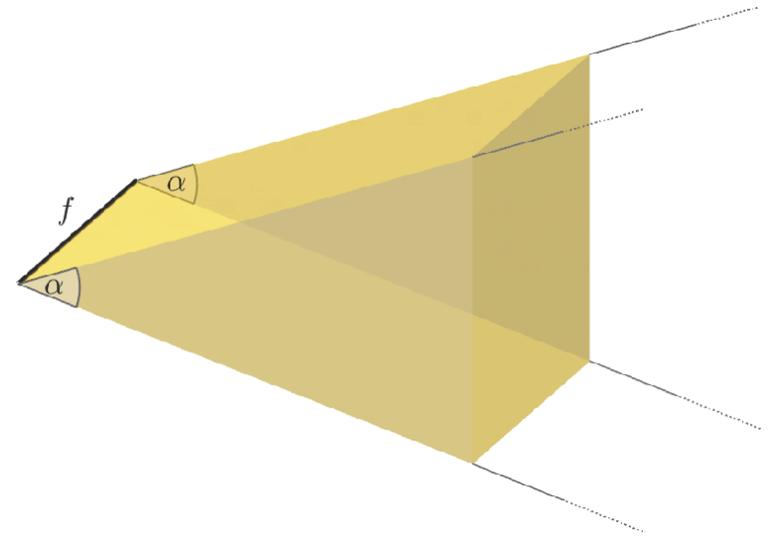
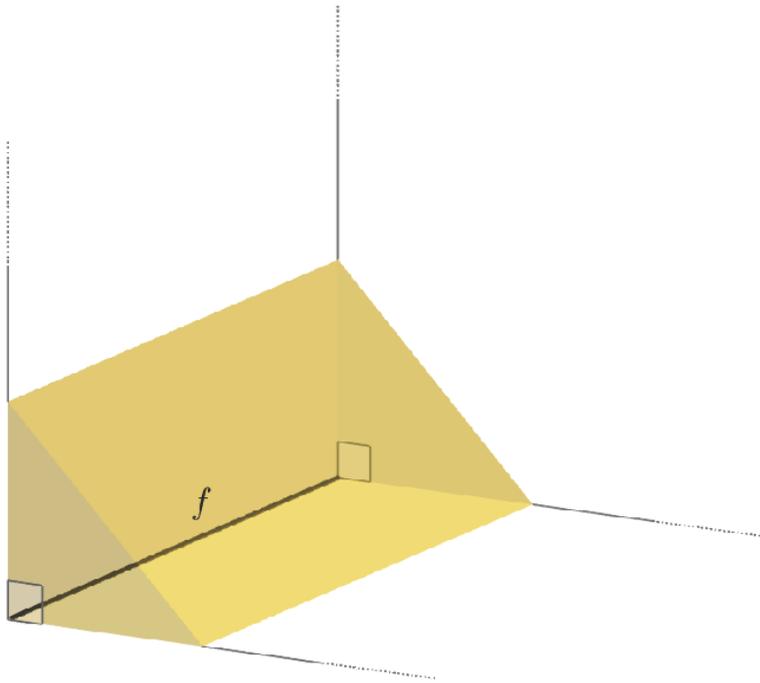


Convexa



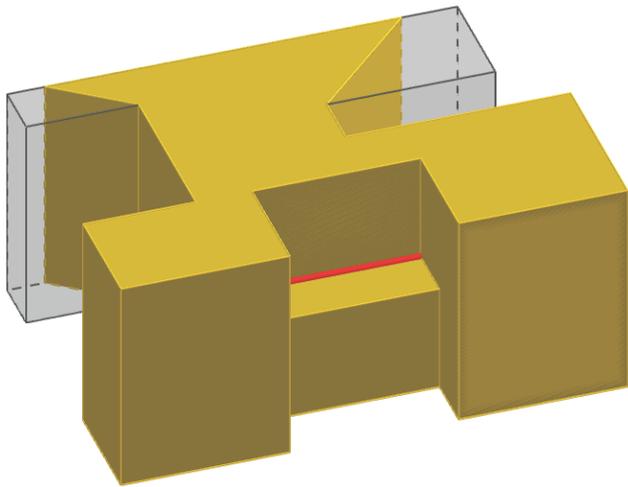
Cóncava

Modelo de iluminación

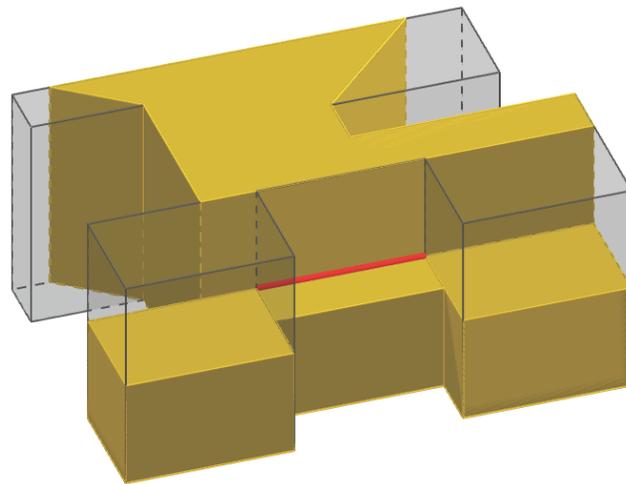


Modelo de iluminación

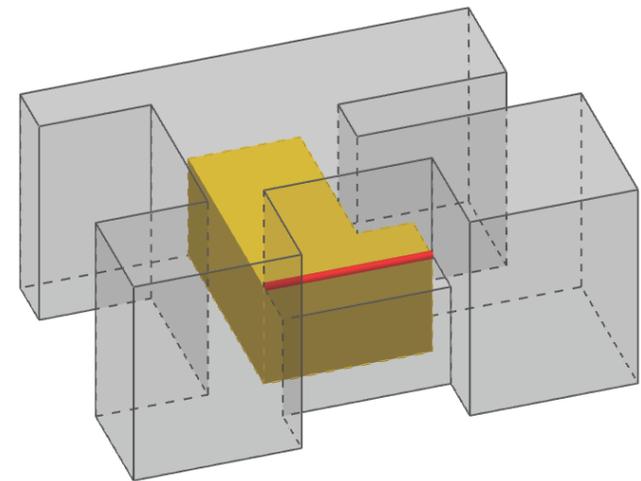
- Guardias en las aristas



Guardia de arista-cerrada

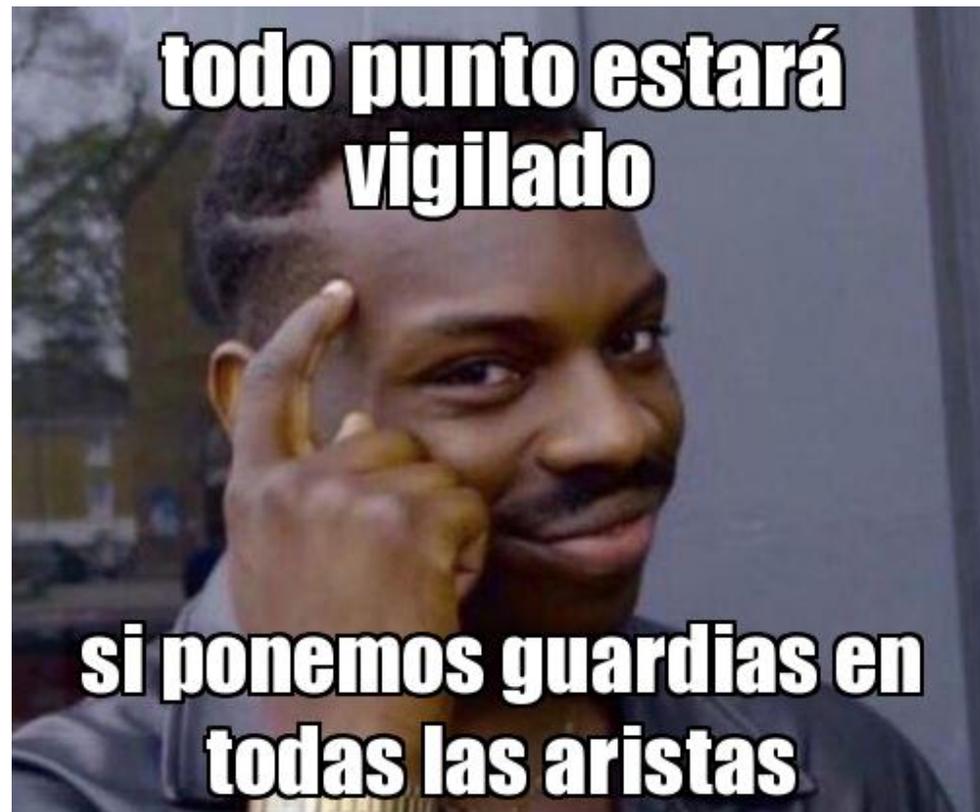


Guardia de arista-abierta



Guardia de cuña $\pi/2$

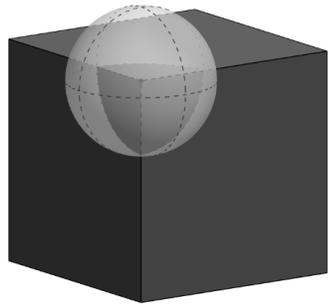
Cota superior



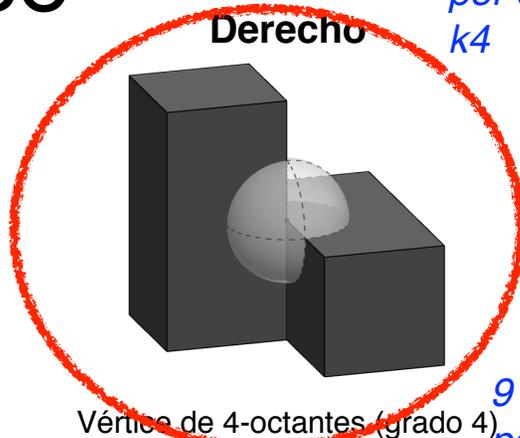
Cota superior

- **Teo.** Todo poliedro de $n = k_3 + k_4 + k_6$ vértices y genero g tiene:
 - $(n - 3(k_4 + k_6) + 8g - 8)/2$ vertices reflex
 - $(n + 3(k_4 + k_6) - 8g + 8)/2$ vértices convexos
 - k_4 vértices de 4-octantes de grado 4
 - k_6 vértices de 4-octantes de grado 6
 - $(n + k_4 + k_6 - 8g + 8)/2$ vértices convexos de grado 3

Tipos de vértice

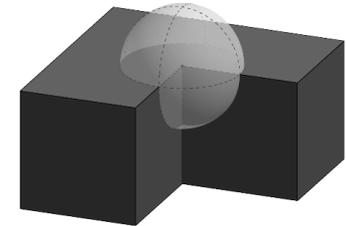


Vértice de 1-octante



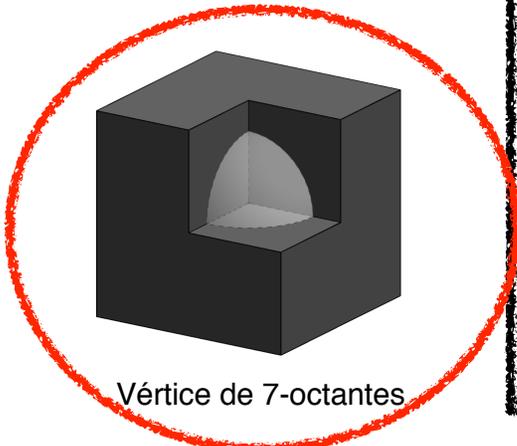
Derecho

Vértice de 4-octantes (grado 4)



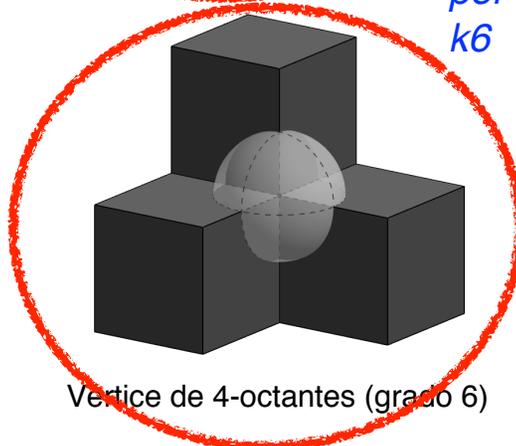
Vértice de 3-octantes

*6 lamparas
por cada
convexo*



Vértice de 7-octantes

Convexos (k3)



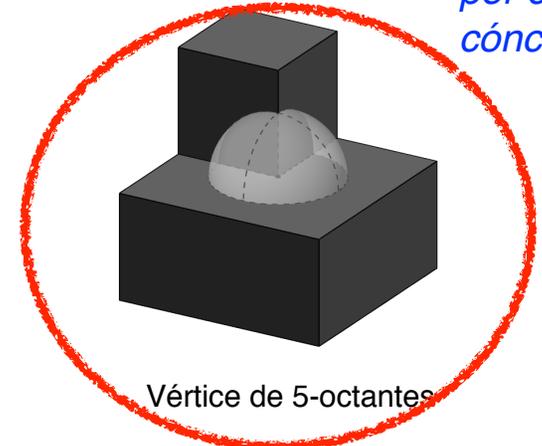
Vértice de 4-octantes (grado 6)

Convexos (k4 y k6)

*6 lamparas
por cada
k4*

*9 lamparas
por cada
k6*

*5 lamparas
por cada
cóncavo*

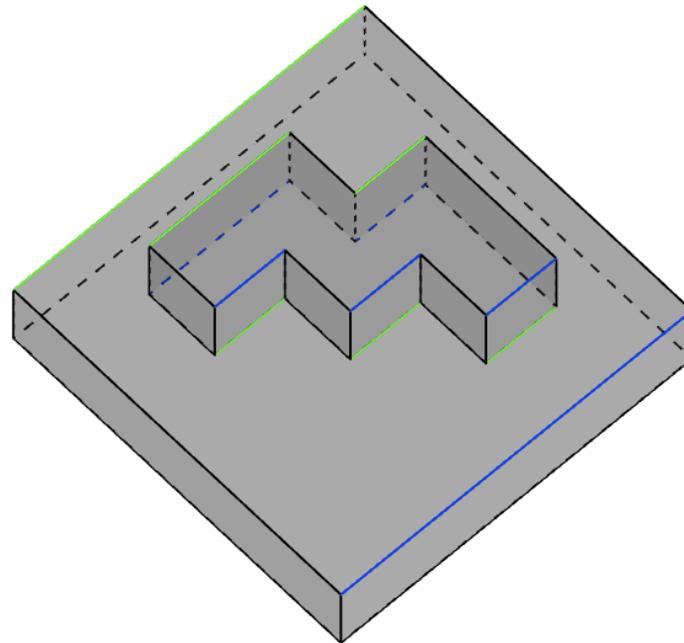


Vértice de 5-octantes

Cóncavos (k3)

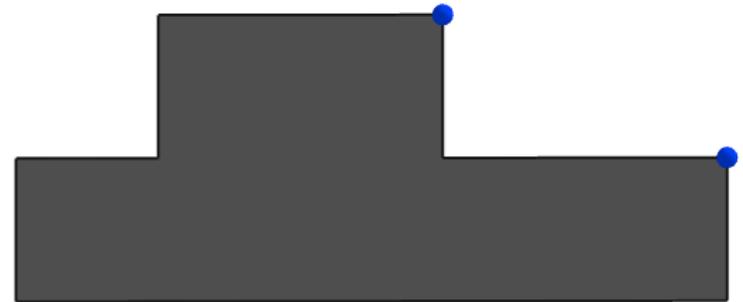
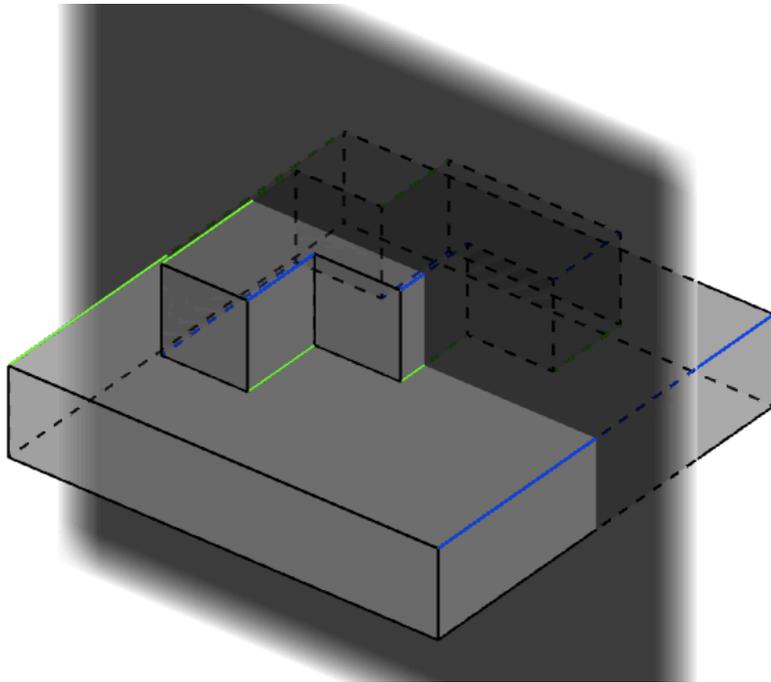
Cota superior

- 3 tipos de aristas de acuerdo a su orientación:



Cota superior

- Iluminación de un polígono



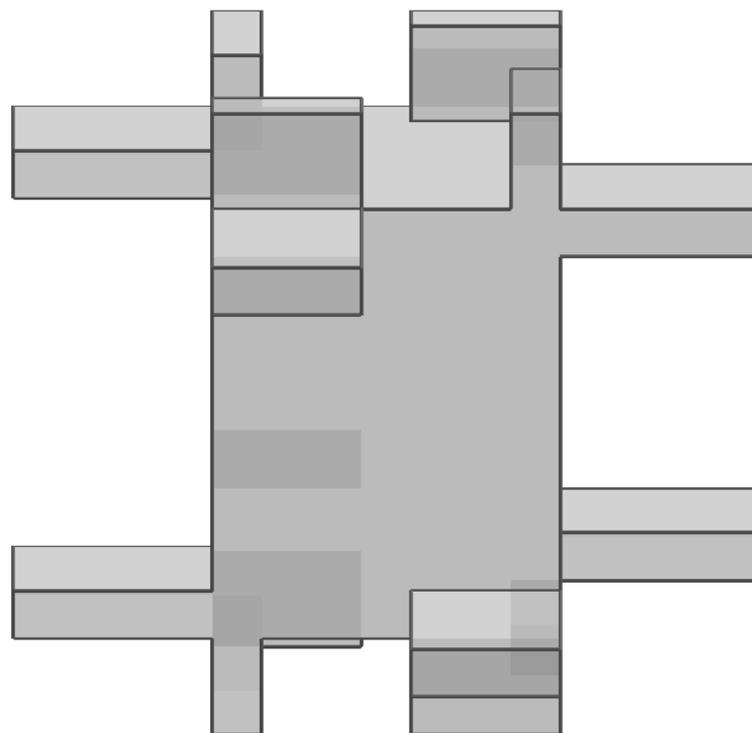
Cota superior

- **Teo.** Todo poliedro ortogonal se puede cubrir con

$$\frac{11e - k_4 - 3k_6 - 16g - 24h_m + 12}{72}$$

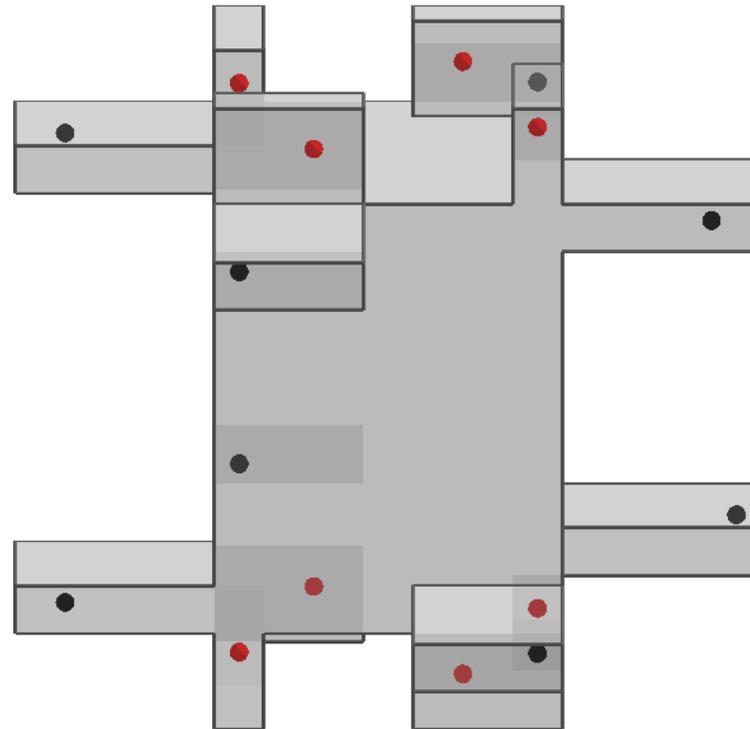
- aristas guardia con apertura $\pi/2$

Cota inferior



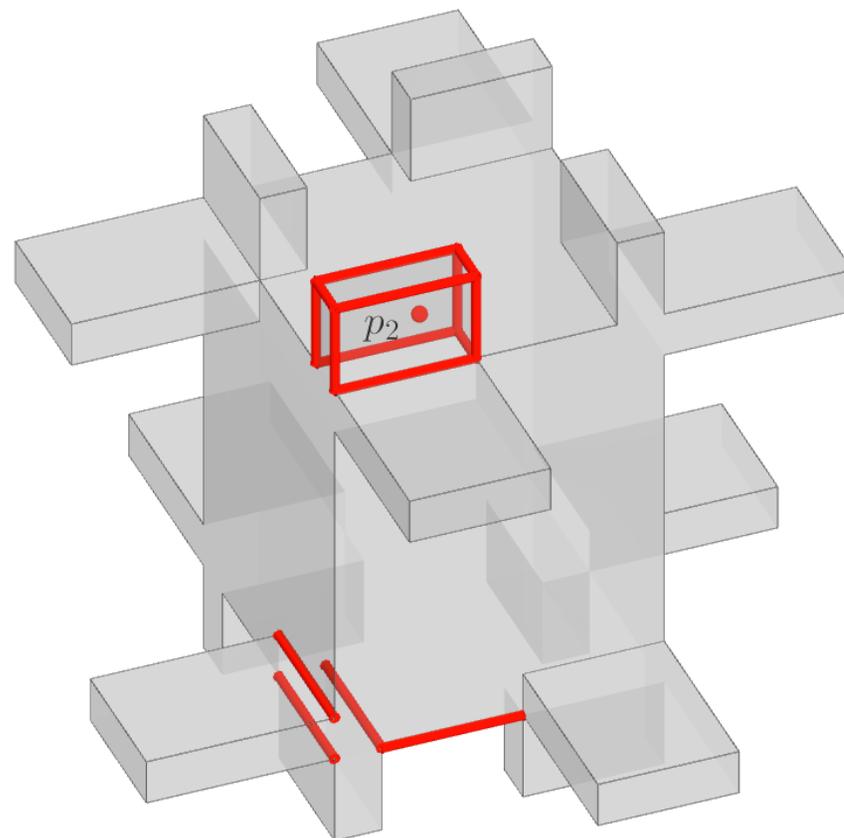
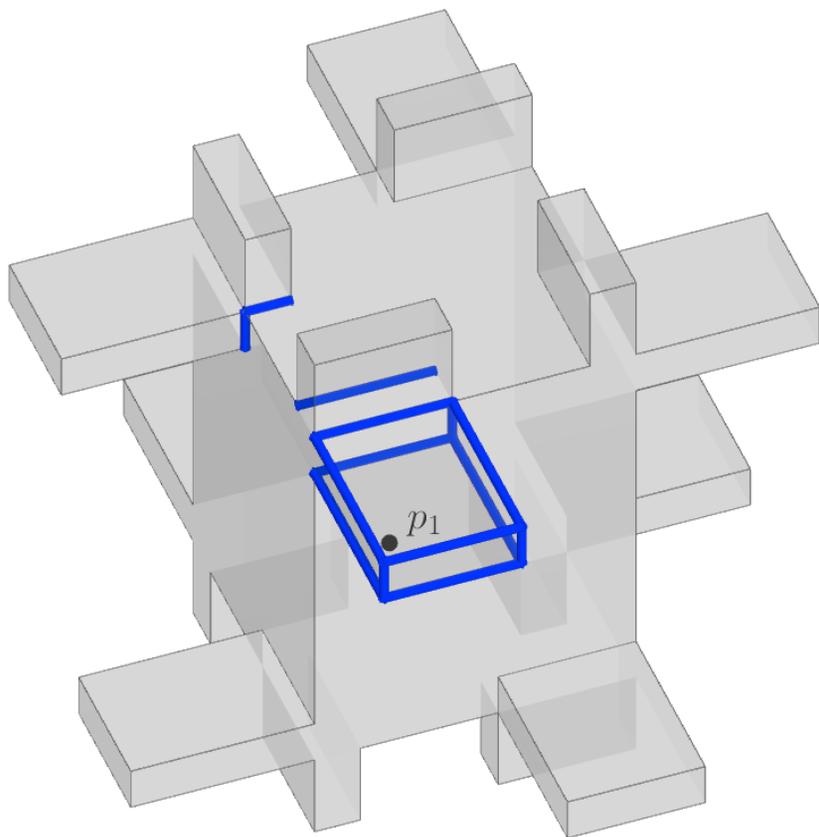
112 vértices
180 aristas

Cota inferior

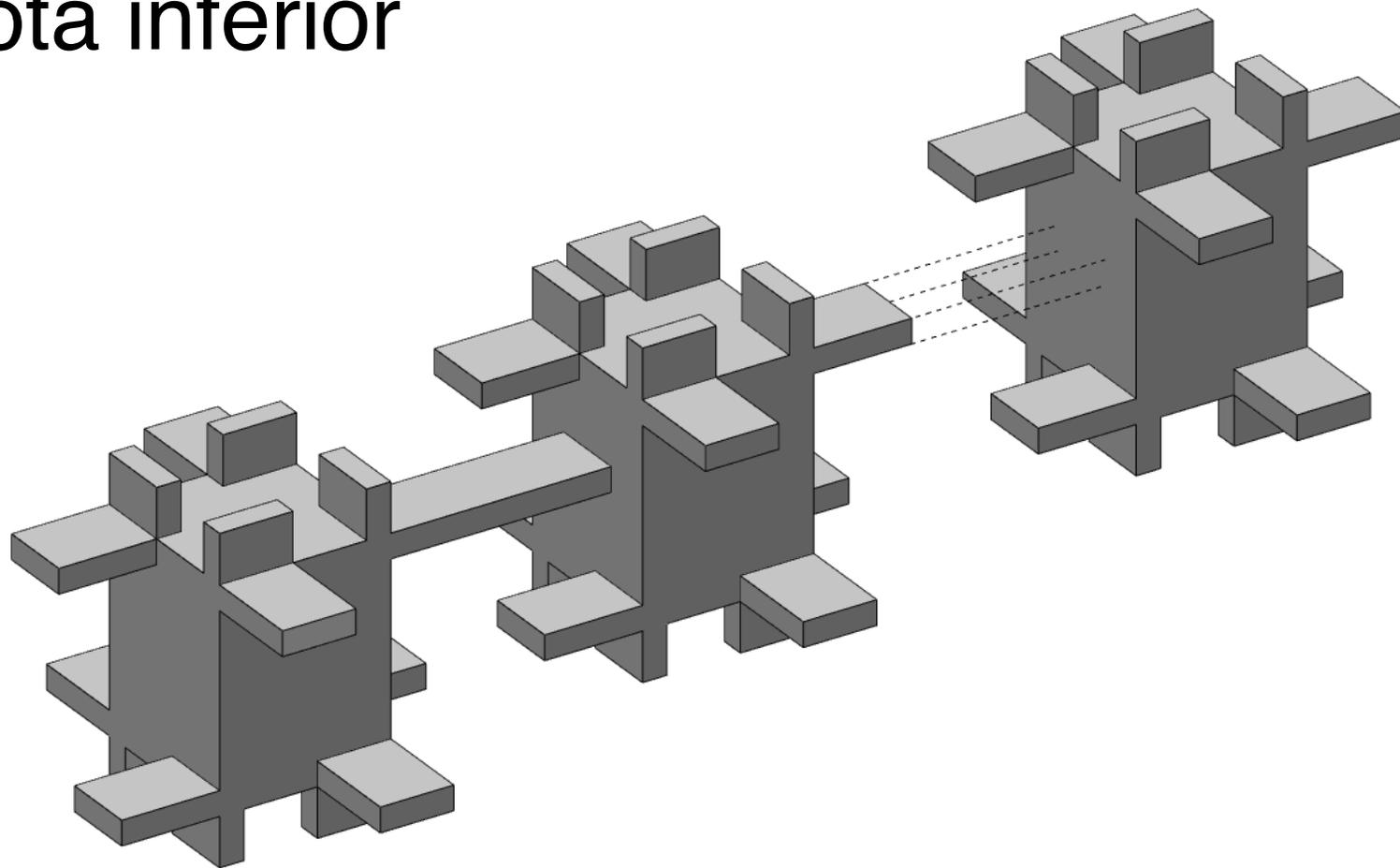


16 puntos distinguidos

Cota inferior



Cota inferior



Cota superior

- **Teo.** Existe una familia de poliedro ortogonales que necesita

$$\frac{4e}{45}$$

- aristas guardia con apertura $\pi/2$ para iluminar su interior.

¡Gracias!